**Завдання для районного етапу турніру юних математиків**

1. **«Рівність цілих частин»**

Знайдіть всі натуральні *n*, для яких виконується рівність:

.

1. **«Рівняння з параметром»**

Знайдіть всі дійсні значення параметра *а*, при яких рівняння  має єдиний розв’язок.

1. **«Відновимо трикутник»**

Побудуйте за допомогою циркуля та лінійки трикутник,якщо відома пряма лінія, на якій лежить одна зі сторін трикутника, і дві точки, що є центрами вписаного та зовні вписаного в трикутник кіл.

1. **«Цікава сума»**

Знайдіть суму: .

1. **«Розмальована дошка»**

Клітчаста дошка 2013х2013 розфарбована шаховим чином у білий і чорний колір. За один крок дозволяється вибрати довільний квадрат розміром 2х2 і замінити в ньому колір кожної клітини на протилежний. Чи можна за декілька таких кроків добитися того, щоб усі клітини таблиці виявилися зафарбованими в один колір?

1. **«Рівнобедрений трикутник»**

В рівнобедреному трикутнику АВС з основою АС кут при вершині дорівнює . На сторонах ВС та АВ взяті відповідно точки М та К так, що і . Знайдіть величину кута АМК.

1. **«Максимум»**

Розглянемо всі гострокутні трикутники з заданою стороною *а* і кутом . Чому дорівнює максимум суми квадратів довжин сторін *b*  та *c*?

1. **« Нерівність»**

Нехай *а*, *b*, *с* – додатні дійсні числа. Доведіть, що

.

**Задания для районного этапа турнира юних математиков**

1. **«Равенство целых частей»**

Найдите все натуральные *n*, для которых выполняется равенство:

.

1. **«Уравнение с параметром»**

Найдите все действительные значения параметра *а*, при которых уравнение  имеет единственное решение.

1. **«Восстановим треугольник»**

Постройте с помощью циркуля и линейки треугольник, если известны прямая линия, на которой лежит одна из сторон треугольника, и две точки, являющиеся центрами вписанной и вневписанной в треугольник окружностей.

1. **«Суммирование»**

Найдите сумму: .

1. **«Раскрашенная доска»**

Клетчатая доска 2013х2013 раскрашена шахматным образом в белый и черный цвет. За один шаг разрешается выбрать произвольный квадрат размером 2х2 и заменить в нем цвет каждой клетки на противоположный.

Можно ли за несколько таких шагов добиться того, чтобы все клетки таблицы оказались окрашенными в один цвет?

1. **«Равнобедренный треугольник»**

В равнобедренном треугольнике АВС с основанием АС угол при вершине равен . На сторонах ВС и АВ взяты соответственно точки М и К так, что и . Найдите величину угла АМК.

1. **«Максимум»**

Рассмотрим все остроугольные треугольники с заданной стороной *а* и углом . Чему равен максимум суммы квадратов длин сторон  *b*  и *c*?

1. **« Неравенство»**

Пусть *а*, *b*, *с* – положительные действительные числа. Докажите, что

.